Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

2009/2010 учебный год

10 класс

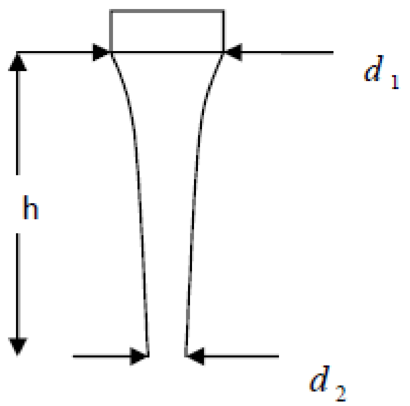
Задача 1 (3 балла).

Располагая длинной линейкой с сантиметровой шкалой и короткой с миллиметровой, определить скорость, с которой вода вытекает из водопроводного крана.

Ответ: $V_1 = \dfrac{d_2^{\,2}}{\sqrt{d_1^{\,4} - d_2^{\,4}}}\sqrt{2gh}$.

Решение

Измеряем с помощью миллиметровой линейки диаметр струи, вытекающей из крана - d_1, и диаметр струи ниже по высоте $h - d_2$.



Т.н. «уравнение непрерывности» $V_1S_1 = V_2S_2$ связывает скорости и поперечные сечения струи на разных высотах. Перепишем его, введя диаметры струи, в виде: $V_1d_1^{\,2} = V_2d_2^{\,2}$. Уравнение Бернулли, являющееся, фактически, законом сохранения энергии позволяет связать скорости соотношением $V_2^2 - V_1^2 = 2gh$. После элементарных математических преобразований получим ответ: $V_1 = \frac{d_2^{\,2}}{\sqrt{d_1^{\,4} - d_2^{\,4}}}\sqrt{2gh}$. Точность измерений, проведенных таким методом, конечно, не очень большая, т.к. трудно измерить диаметр струи воды с высокой точностью.

Задача 2 (3 балла).

Кольцо массы m с прикрепленной снизу пружиной жесткости k насажено на гладкий вертикальный стержень, упирающийся в пол. Кольцо поднимают на высоту h существенно превышающую высоту кольца и длину пружины и отпускают. Через какое время кольцо вернется к стартовому положению?

Ответ: $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Решение

Время возврата к стартовому положению складывается из времени свободного падения с высоты h и равному ему времени подъема, т.е.

$$t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Промежуток времени, в течении которого кольцо взаимодействует с пружиной, в силу условия h много больше размеров пружины и, тем самым, её деформации не существенен.

Задача 3 (4 балла).

На нижнем краю вертикальной непроводящей спицы закреплена бусинка, несущая заряд Q. Вторая бусинка с зарядом того же знака q и массой m может скользить без трения по спице. Определите период малых колебаний бусинки вблизи положения равновесия.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

Решение:

В положении равновесия бусина «висит» на высоте h, определяемой условием равенства силы тяжести и кулоновской силы отталкивания:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{h^2} = mg .$$

Сместим бусину из положения равновесия на x и вычислим возникающую силу

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{(h+x)^2} - mg = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Qq\left(\frac{1}{(h+x)^2} - \frac{1}{h^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq(2hx+x^2)}{(h+x)^2 h^2}.$$

При $x << h$ $F = -kx$, где «коэффициент жёсткости» $k = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{h^3}$. Соответственно, период колебаний определяется формулой для пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

Задача 4 (3 балла).

На пути скользящего по гладкой горизонтальной поверхности бруска массы m находится шероховатая полоса шириной L, в пределах которой коэффициент трения линейно уменьшается от значения μ на краях до нуля в середине полосы. Определите минимальную скорость $V_{\min}$, которая позволит бруски преодолеть это препятствие и затраченное на это время.

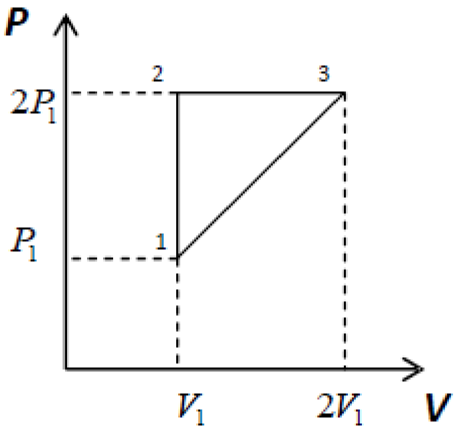
Ответ: $V_{\min} = \sqrt{\mu g l}$.

Решение:

Запишем соотношение $\Delta E_{kin} = A_{TP}(1)$, связывающее изменение кинетической энергии бруска с работой силы трения. Т.к. коэффициент трения меняется с координатой линейно, можно ввести его среднее значение $\mu_{cp} = \mu / 2$ и, соответсвенно, $A_{TP} = -\mu mgl / 2$. Уравнение (1) принимает вид: $-mV^2 / 2 = -\mu mgl / \tilde{2}$. Величина минимальной скорости $V_{\min} = \sqrt{\mu gl}$.

Задача 5 (3балла).

Найдите КПД тепловой машины, рабочим телом в которой является одноатомный идеальный газ, работающий по циклу, приведенному на рисунке.



Ответ: 1/13.

Решение:

По определению КПД тепловой машины равен отношению полезной работы A к количеству теплоты, полученному от нагревателя Q_H. Для нахождения этих величин введём значения давления и объема в точке 1 как показано на рисунке. Работа легко определяется по площади треугольника 123, а именно $A = \frac{1}{2} P_1 V_1$. Тепло Q_H получает газ на участках 1-2 и 2-3. Пользуясь первым законом термодинамики $Q = \Delta U + A$, найдём $Q_H = Q_{1-2} + Q_{2-3} = U_3 - U_1 + A_{2-3}$ $(A_{1-2} = 0)$. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа, как известно, может быть записана в виде: $U=\frac{3}{2}\nu RT=\frac{3}{2}PV$. В итоге, $U_3-U_1=\frac{3}{2}\left(2P_1 2V_1-P_1V_1\right)=\frac{9}{2}P_1V_1$, работа $A_{2-3}=2P_1\tilde{V_1}$ и соответственно $Q_H=\frac{13}{2}P_1V_1$. Окончательно получаем для КПД значение 1/13.

Задача 6 (3 балла).

Две шайбы скользят по гладкой поверхности навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. После абсолютно упругого лобового столкновения одна из них, масса которой m, продолжает двигаться в прежнем направлении с вдвое уменьшившейся скоростью. Найдите массу второй шайбы.

Ответ: $M=\frac{m}{7}$.

Решение.

Запишем закон сохранения импульса:

$$mV-MV=m\frac{V}{2}+MU\ , \qquad (1)$$

где V – скорость шайб до столкновения, U – скорость шайбы массы M после столкновения. Т.к. удар абсолютно упругий справедлив и закон сохранения энергии:

$$\frac{mV^2}{2}+\frac{MV^2}{2}=\frac{mV^2}{8}+\frac{MU^2}{2}\ . \qquad (2)$$

Выразим U через V из *(1)* и подставим в *(2)*. Получаем уравнение:

$$M\left(\frac{3}{4}m+M\right)=\left(\frac{m}{2}-M\right)^2,$$

решением которого, как легко убедится, является $M=\frac{m}{7}$.

Задача 7 (3 балла).

Человек, рост которого равен h, проходит под фонарем уличного освещения, висящим на высоте 2h над землей, двигаясь с постоянной скоростью, и через время t замечает, что длина тени сравнялась с его ростом. Определите скорость человека.

Ответ: $\frac{h}{t}$.

Решение

Как легко видеть из приведенного рисунка, путь пройденный человеком, равен h. Соответственно, его скорость равна $\frac{h}{t}$.